2018年成人高等学校招生全国统一考试高起专试题

数 学

第Ⅰ卷（选择题，共 85 分）

一、选择题（本大题共17小题，每小题5分，共 85分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合$A=\{2，4，8\}$，$B=\{2，4，6，8\}$，则$A\cup B=$ （　　）

A. {2，4，6，8}　　B. {2，4}

C. {2，4，8 }　　D. {6}

2．不等式$x^2-2x<0$的解集为 （　　）

A. $\{x|x<0$ 或 $x>2\}$　　B. $\{x|-2<x<0\}$

C. $\{x|0<x<2\}$　　D. $\{x|x<-2$ 或 $x>0\}$

3．曲线$y=\frac{2}{1-x}$的对称中心是 （　　）

A. $(-1,0)$　　B. $(0,1)$

C. $(2,0)$　　D. $(1,0)$

4．下列函数中，在区间$(0,+\infty)$为增函数的是 （　　）

A. $y=x^{-1}$　　B. $y=x^2$

C. $y=\sin x$　　D. $y=3^{-x}$

5. 函数$f(x)=\tan(2x+\frac{\pi}{3})$的最小正周期是 （　　）

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. 2π

C. π　　D. 4π

6．下列函数中，为偶函数的是 （　　）

A. $y=\sqrt{x^2+1}$　　B. $y=2^{-x}$

C. $y=x^{-1}-1$　　D. $y=1+x^{-3}$

7. 函数 y$=log_2(x+2)$的图像向上平移 1 个单位后，所得图像对应的函数为 （　　）

A. y$=log_2(x+1)$　　B. y$=log_2(x+3)$

C. y$=log_2(x+2)-1$　　D. y$=log_2(x+2)+1$

8．在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，公差$d\neq 0$，a_2，a_3，a_6 成等比数列，则$d=$ （　　）

A. 1　　B. -1

C. -2　　D. 2

9．从 1，2，3，4，5 中任取 2 个不同的数，这 2 个数都是偶数的概率为　　　　（　　）

A. $\frac{3}{10}$　　　　B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{10}$　　　　D. $\frac{3}{5}$

10. 圆$x^2+y^2+2x-6y-6=0$的半径为　　　　（　　）

A. $\sqrt{10}$　　　　B. 4

C. $\sqrt{15}$　　　　D. 16

11. 双曲线$3x^2-4y^2=12$的焦距为　　　　（　　）

A. $2\sqrt{7}$　　　　B. $2\sqrt{3}$

C. 4　　　　D. 2

12. 已知抛物线$y^2=6x$的焦点为F，点 $A(0,-1)$，则直线AF的斜率为　　　　（　　）

A. $\frac{3}{2}$　　　　B. $-\frac{3}{2}$

C. $-\frac{2}{3}$　　　　D. $\frac{2}{3}$

13. 若 1 名女生和 3 名男生排成一排，则该女生不在两端的不同排法共有　　　　（　　）

A. 24 种　　　　B. 12 种

C. 16 种　　　　D. 3 种

14. 已知平面向量$\boldsymbol{a}=(1,\mathrm{t})$，$\boldsymbol{b}=(-1,2)$，若$\boldsymbol{a}+m\boldsymbol{b}$平行于向量$(-2,1)$，则　　　　（　　）

A. $2\mathrm{t}-3\mathrm{m}+1=0$　　　　B. $2\mathrm{t}+3\mathrm{m}+1=0$

C. $2\mathrm{t}-3\mathrm{m}-1=0$　　　　D. $2\mathrm{t}+3\mathrm{m}-1=0$

15. 函数$f(x)=2\cos(3x-\frac{\pi}{3})$在区间$[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}]$的最大值是　　　　（　　）

A. 0　　　　B. $\sqrt{3}$

C. 2　　　　D. -1

16. 函数$\mathrm{y}=x^2-2x-3$的图像与直线y＝x＋1交于 A，B 两点，$|\mathrm{AB}|=$　　　　（　　）

A. $2\sqrt{13}$　　　　B. 4

C. $\sqrt{34}$　　　　D. $5\sqrt{2}$

17. 设甲：$\mathrm{y}=f(x)$的图像有对称轴；乙：$\mathrm{y}=f(x)$是偶函数，则　　　　（　　）

A．甲是乙的充分条件但不是必要条件

B．甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

C．甲是乙的充要条件

D. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

第Ⅱ 卷（非选择题，共 65 分）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

18. 过点$(1,-2)$且与直线$3x+y-1=0$垂直的直线方程为__________.

19. 掷一枚硬币时，正面向上的概率为$\frac{1}{2}$，掷这枚硬币 4 次，则恰有 2 次正面向上的概率是__________.

20. 已知$\sin x=-\frac{3}{5}$，且x为第四象限角，则$\sin 2x=$__________.

21. 曲线$y=x^2-e^x+1$在点$(0,0)$处的切线方程为__________.

三、解答题（本大题共 4 小题，共 49 分．解答应写出推理、演算步骤）

22.（本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=\frac{2}{3}(4^n-1)$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若$a_k=128$，求 k.

23.（本小题满分 12 分）

在△ABC 中，A=30°，AB＝2，BC＝$\sqrt{3}$，求

(1) sinC;

(2)AC.

24.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=x^3+x^2-5x-1$．求

(1) $f(x)$的单调区间；

(2) $f(x)$零点的个数.

25.（本小题满分 13 分）

已知椭圆 C 的长轴长为 4，两焦点分别为$F_1(-\sqrt{3},0)$，$F_2(\sqrt{3},0)$

(1)求 C 的标准方程；

(2)若 P 为 C 上一点，$|PF_1|-|PF_2|=2$，求$\cos\angle F_1PF_2$.

参考答案

一、选择题（每小题 5 分，共 85 分）

1. A　　$A\cup B$取并集，即 A 和 B 中所有的元素的集合

2. C　　$x^2-2x<0\rightarrow(x-2)x<0\Rightarrow 0<x<2$

3. D　　$y=\frac{2}{-x}$ 的对称中心为(0,0)，$y=\frac{2}{-x}$向右移动 1 个单位得 $y=\frac{2}{1-x}$，则对称中心坐标也向右移动一个单位为(1,0)

4. B　　代具体正数作比较，随着 x 的增大，y 值也增加的即为增函数

5. A　　$\tan(2x+\frac{\pi}{3})$的最小正周期是$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$

6. A　　偶函数满足$f(x)=f(-x)$，只有 A 选项符合$\sqrt{(-x)^2+1}=\sqrt{(x)^2+1}$

7. D　　图像向上平移 1 个单位，纵坐标+1，得新的函数为：$y=log_2(x+2)+1$

8. C　　根据a_2，a_3，a_6 成等比数列可列出式子：$a_2\cdot a_6=(a_3)^2$，$(a_1+d)(a_1+5d)=(a_1+2d)^2$，解得$d=-2(d=0$(舍))

9. C　　$P=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}$

10. B　　$x^2+y^2+2x-6y-6=0$ 化成标准式得$(x+1)^2+(y-3)^2=4^2$，所以圆半径为 4

11. A　　$3x^2-4y^2=12$ 换简称标准式$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$，焦距 $2c=\sqrt{4+3}=2\sqrt{7}$

12. D　　抛物线的焦点坐标$\left(\frac{3}{2},0\right)$，直线 AF 的斜率：$\frac{-1-0}{0-\frac{3}{2}}=\frac{2}{3}$

13. B　　男生有A_3^3种排法，男生间有两个位置，女生可以选其中一个位置的排法有C_2^1，则一共有$A_3^3C_2^1=12$种

14. B　　$\boldsymbol{a}+m\boldsymbol{b}=(1,t)+m(-1,2)=(1-m,t+2m)$，$\boldsymbol{a}+m\boldsymbol{b}$平行于$(-2,1)$,可列出式子$\frac{t+2m}{1-m}=\frac{-2}{1}$，则可得：$2t+3m+1=0$

15. C　　将$x=-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}$分别代入函数，得$-\frac{4}{3}<3x-\frac{\pi}{3}<\frac{2}{3}$，将$f(0)$时函数取得最大值 2

16. D　　联立 $\begin{cases}y=x^2-2x-3\\ y=x+1\end{cases}$，$\begin{cases}x=4\\ x=-1\end{cases}$，两点坐标为 $(4,5)(-1,0)$，$|AB|=\sqrt{(5-0)^2+(4-(-1))^2}=5\sqrt{2}$

17. D　　甲有对称轴不一定是 y 轴，偶函数很肯定是关于 y 轴对称，所以甲 $\nRightarrow$ 乙，但是甲 $\Leftarrow$ 乙

二、填空题（每小题 4 分，共 16 分）

18. $x-3y-7=0$　　直线$3x+y-1=0$的斜率为-3,两直线垂直满足斜率相乘等于-1，则过$(1,-2)$与已知直线垂直的的方程为：$y+2=\frac{1}{3}(x-1)$，即$x-3y-7=0$

19. $\frac{3}{8}$　　恰有 2 次正面向上是独立重复试验，$P=C_4^2(\frac{1}{2})^2(\frac{1}{2})^2=\frac{3}{8}$

20. $-\frac{24}{25}$　　x为第四象限角，则$\cos x>0$，$\cos x=\sqrt{1-(sinx)^2}=\frac{4}{5}$, $\sin 2x=2\sin x\cos x=2\cdot$

$\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{4}{5}=\frac{-24}{25}$

21. $x+y=0$　　$y'=2x-e^{x}$，$y'|_{x=0}=-1$，所以切线的斜率$k=-1$，由直线的点斜式求切线方程为$y-0=-1(x-0)$，即$x+y=0$

三、解答题（共 49 分）

22. (1)$a_n=S_n-S_{n-1}$

$$=\frac{2}{3}(4^{n}-1)-\frac{2}{3}(4^{n-1}-1)$$

$$=2^{2n-1}$$

(2) $a_k=2^{2k-1}=128=2^{7}$

$2k-1=7$

$k=4$

23. (1) $\frac{sinC}{AB}=\frac{sinA}{BC}$

$$sinC=\frac{sinA}{BC}\cdot AB$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

(2)由题意知，$C<90^{\circ}$，故$\cos C=\sqrt{1-sin^{2}C}$

$$=\sqrt{1-(\frac{\sqrt{3}}{3})^{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$\sin B=\sin[180^{\circ}-(A+C)]$

$=\sin(A+C)$

$=\sin A\cos C+\cos A\sin C$

$=\frac{3+\sqrt{6}}{6}$

$$AC=\frac{BC}{sinA}\cdot\sin B=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

24.(1)$f'(x)=3x^{2}+2x-5$，令$f'(x)=0$，得$x_1=1$，$x_2=-\frac{5}{3}$,

当$x>1$或$x<-\frac{5}{3}$时，$f'(x)>0$；

当$-\frac{5}{3}<x<1$时，$f'(x)<0$.

故$f(x)$的单调增区间为$(-\infty,-\frac{5}{3})$和$(1,+\infty)$，单调减区间为$(-\frac{5}{3},1)$.

(2)$f\left(-\frac{5}{3}\right)>0$，$f(1)<0$

$f(x)$有 3 个零点.

25. (1)由题意可知，$a=2$，$\mathrm{c}=\sqrt{3}$，

$b=\sqrt{a^2-c^2}=1$

椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

(2)$\begin{cases}|PF_1|+|PF_2|=2a=4\\|PF_1|-|PF_2|=2\end{cases}$

解得：$|PF_1|=3$，$|PF_2|=1$

由余弦定理可得：

$$\cos\angle F_1PF_2=\frac{|PF_1|^2+|PF_2|^2-|F_1F_2|^2}{2|PF_1||PF_2|}$$

$$=\frac{3^2+1^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2}{2\times3\times1}$$

$$=-\frac{1}{3}$$