2018年成人高等学校招生全国统一考试专升本试题

高等数学（二）

一、选择题（1~10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{\cos x}=$ （　）

A. e　　B. 2

C. 1　　D. 0

2.若$y=1+\cos x$，$dy=$ （　）

A. $(1+\sin x)dx$　　B. $(1-\sin x)dx$

C. $\sin x dx$　　D. $-\sin x dx$

3.若函数$f(x)=5^{x}$，则$f'(x)=$ （　）

A. 5^{x-1}　　B. $x5^{x-1}$

C. $5^{x}ln5$　　D. 5^{x}

4.曲线$y=x^3+2x$在点$(1,3)$处的法线方程是

A. $5x+y-8=0$　　B. $5x-y-2=0$

C. $x+5y-16=0$　　D. $x-5y+14=0$

5.$\int\frac{1}{2-x}dx=$ （　）

A. $\ln|2-x|+C$　　B. $-\ln|2-x|+C$

C. $-\frac{1}{(2-x)^2}+C$　　D. $\frac{1}{(2-x)^2}+C$

6. $\int f'(2x)\,dx=$ （　）

A. $\frac{1}{2}f(2x)+C$　　B. $f(2x)+C$

C. $2f(2x)+C$　　D. $\frac{1}{2}f(x)+C$

7.若$f(x)$为连续的奇函数，则$\int_{-1}^{1}f(x)dx=$ （　）

A. 0　　B. 2

C. $2f(-1)$　　D. $2f(1)$

8.若二元函数$z=x^2y+3x+2y$，则$\frac{\partial z}{\partial x}=$

A. $2xy+3+2y$　　B. $xy+3+2y$

C. $2xy+3$　　D. $xy+3$

9.设区域$D=\{(x,y)|0\le y\le x^2,0\le x\le 1\}$，则$D$绕$x$轴旋转一周所得旋转体的体积为（　）

A. $\frac{\pi}{5}$　　B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{2}$　　D. π

10.设A,B为两个随机事件，且相互独立，$P(A)=0.6$，$P(B)=0.4$，$P(A-B)=$　　　（　　）

A. 0.24　　　B. 0.36

C. 0.4　　　D. 0.6

二、填空题（11~20小题，每小题 4 分，共 40 分）

11.曲线$y=x^3-6x^2+3x+4$的拐点为____________.

12. $\lim\limits_{x\to 0}(1-3x)^{\frac{1}{x}}=$__________.

13.若函数$f(x)=x-arctanx$，则$f'(x)=$_________.

14.若$y=e^{2x}$，则$dy=$____________.

15.设$f(x)=x^{2x}$，则$f'(x)=$______________.

16. $\int(2x+3)\,dx=$__________.

17.$\int_{-1}^{1}(x^5+x^2)\,dx=$__________.

18. $\int_0^{\pi}\sin\frac{x}{2}\,dx=$___________.

19. $\int_0^{+\infty}e^{-x}\,dx=$___________.

20.若二元函数$z=x^2y^2$，则$\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}=$_____________.

三、解答题（21~28题，共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤）

21.（本题满分 8 分）

设函数$f(x)=\begin{cases}\frac{3sinx}{x}, & x<0\\ 3x+a, & x\geq 0\end{cases}$，在$x=0$处连续，求$a$.

22.（本题满分 8 分）

求$\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^3-2x^2-1}{\sin(x^2-1)}$.

23.（本题满分 8 分）

设函数$f(x)=2x+\ln(3x+2)$，求$f''(0)$.

24.（本题满分 8 分）

求$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x sin3tdt}{x^2}$.

25. （本题满分 8 分）

求$\int xcosxdx$.

26. （本题满分 10 分）

求函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+5$ 的极值.

27. （本题满分 10 分）

盒子中有 5 个产品，其中恰有 3 个合格品，从盒子中任取 2 个，记 X 为取出的合格品个数

求(1)X 概率分布；(2)EX .

28. （本题满分 10 分）

求函数$f(x,\mathrm{y})=x^3+y^3$在条件$x^2+2y^2=1$下的最值.

参考答案

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1.D　直接代入法$\lim\limits_{\mathrm{x}\to 0}\frac{0}{\cos 0}=0$

2.D　$\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}}=\mathrm{y}'=-\sin\mathrm{x}$，所以$\mathrm{dy}=-\sin\mathrm{x}\mathrm{dx}$

3.C　令$\mathrm{u}=2\mathrm{x}$，$f'(u)=\int f'(u)\,dx+C$，$(2\mathrm{x})'=2$，所以$\int f'(2x)\,dx=\frac{1}{2}f(2x)+\mathrm{C}$

4.C　$\mathrm{y}'=3x^2+2$，$f'(1)=3+2=5$，法线方程为：$\mathrm{y}-3=-\frac{1}{5}(\mathrm{x}-1)$　化简后得　$x+5\mathrm{y}-16=0$

5.B　$\int\frac{1}{2-x}dx=-\int\frac{1}{2-x}d(-x)=-\ln|2-\mathrm{x}|+\mathrm{C}$

6.A　令$\mathrm{u}=2\mathrm{x}$，$f'(u)=\int f'(u)\,dx+C$，$(2\mathrm{x})'=2$，所以$\int f'(2x)\,dx=\frac{1}{2}f(2x)+\mathrm{C}$

7.A　奇函数的对称区间积分为 0

8.C　把 y 就看成了常数,对 x 求导

9.A　D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积为$\mathrm{V}=\pi\int_0^1(x^2)^2=\frac{\pi}{5}$

10.B　$\mathrm{P(A-B)=P(A)-P(AB)}=0.6-0.4\times 0.6=0.36$

二、填空题（每小题 4 分，共 40 分）

11. $(2,-6)$　$y''=6\mathrm{x}-12$，令$6\mathrm{x}-12=0$, 则 $\mathrm{x}=2$，$f(2)=-6$，所以拐点为$(2,-6)$

12. e^{-3}　$\lim\limits_{\mathrm{x}\to 0}(1-3x)^{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{\mathrm{x}\to 0}(1+(-3x))^{\frac{-1}{3x}\cdot -3}=e^{-3}$

13. $\frac{x^2}{1+x^2}$　$\mathrm{y}'=1-\frac{1}{1+x^2}=\frac{x^2}{1+x^2}$

14. $2e^{2x}dx$　$\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}}=y'=2\mathrm{e}^{2\mathrm{x}}$，$dy=2\mathrm{e}^{2\mathrm{x}}\mathrm{dx}$

15. $2x^{2x}(lnx+1)$

16. x^2+3x+C

17. $\frac{2}{3}$　x^5是奇函数所以对称区间的积分为 0，所以只需要记算$\int_{-1}^1 x^2\,dx=2\int_0^1 x^2\,dx=\frac{2}{3}$

18. 2　$\int_0^{\pi}\sin\frac{x}{2}dx=-2\cos\frac{x}{2}|_0^{\pi}=2$

19. 1　$\int_0^{+\infty}e^{-x}\,dx=-e^{-x}|_0^{+\infty}=1$

20.$4xy$　先对 x 求偏导$\frac{\partial\mathrm{z}}{\partial\mathrm{x}}=2y^2x$ ，继续对 y 求偏导$\frac{\partial^2\mathrm{z}}{\partial\mathrm{x}\,\partial\mathrm{y}}=4\mathrm{xy}$

三、解答题（共 70 分）

21. $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{3sinx}{x}=3$，$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(3x+a)=a$，且$f(0)=a$，所以$f(x)$在$x=0$处连续，所以$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$，$a=3$

22. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^3-2x^2-1}{\sin(x^2-1)}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^3-2x^2-1}{(x^2-1)}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(3x^2+x+1)(x-1)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^2+x+1}{x+1}=\frac{5}{2}$

23. $f(x)=2x+\ln(3x+2)$，$f'(x)=2+\frac{3}{3x+2}$，$f''(x)=-\frac{9}{(3x+2)^2}$，故$f''(0)=-\frac{9}{4}$

24. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x sin3tdt}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{1}{3}(1-cos3x)}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}(3x)^2}{x^2}=\frac{3}{2}$

25. $\int xcosxdx=\int xdsinx=xsinx-\int sinxdx=xsinx+cosx+C$

26. $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+5$，则$f'(x)=x^2-x$，令$f'(x)=0$，则$x_1=0$，$x_2=1$，

当$x<0$或$x>1$时，$f'(x)>0$，此时$f(x)$为单调递增函数；

当$0<x<1$，$f'(x)<0$，此时$f(x)$为单调递减函数.

故当$x=0$，$f(x)$取极大值，极大值$f(0)=5$；

当$x=1$；时，$f(x)$取极小值，极小值$f(1)=\frac{29}{6}$.

27.(1) X可能的取值为 0，1，2，

$P\{X=0\}=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}$ ，

$P\{X=1\}=\frac{C_3^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{3}{5}$ ，

$P\{X=2\}=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$ ，

则X的分布规律为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

(2) $EX=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{3}{10}=\frac{6}{5}$

28.作拉格朗日函数$L(x,y,\lambda)=x^3+y^3+\lambda(x^2+2y^2-1)$，

令$\begin{cases} L'_x=3x^2+2\lambda x=0, \\ L'_y=3y^2+4\lambda y=0, \\ L'_\lambda=x^2+2y^2-1=0, \end{cases}$

解得驻点$(-\frac{1}{3},-\frac{2}{3})$和$(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$，

且$f\left(-\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right)=-\frac{1}{3}$，$f\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}$.

故函数$f(x,y)$在条件$x^2+2y^2=1$下的最小值为$-\frac{1}{3}$，最大值为$\frac{1}{3}$.