

2021 年专升本高等数学模拟试题一

高等数学 (二)

一. 选择题 (1-10 小题, 每题 4 分, 共 40 分)

1. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = 7$, 则 a 的值是 ()

A $\frac{1}{7}$ B 1 C 5 D 7

2. 已知函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可导, 且 $f'(x_0) = 3$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+2h) - f(x_0)}{h}$ 等于 ()

A 3 B 0 C 2 D 6

3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sin(x^2+5x^3)$ 与 x^2 比较是 ()

A 较高阶无穷小量 B 较低阶的无穷小量 C 等价无穷小量 D 同阶但不等价无穷小量

4. 设 $y = x^{-5} + \sin x$, 则 y' 等于 ()

A $-5x^{-6} + \cos x$ B $-5x^{-4} + \cos x$ C $-5x^{-4} - \cos x$ D $-5x^{-6} - \cos x$

5. 设 $y = \sqrt{4-3x^2}$, 则 $f'(1)$ 等于 ()

A 0 B -1 C -3 D 3

6. $\int (2e^x - 3\sin x) dx$ 等于 ()

A $2e^x + 3\cos x + c$ B $2e^x + 3\cos x$ C $2e^x - 3\cos x$ D 1

7. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ 等于 ()

A 0 B 1 C $\frac{\pi}{2}$ D π

8. 设函数 $z = \arctan \frac{y}{x}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 等于 () $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

A $\frac{-y}{x^2+y^2}$ B $\frac{y}{x^2+y^2}$ C $\frac{x}{x^2+y^2}$ D $\frac{-x}{x^2+y^2}$

9. 设 $y = e^{2x+y}$ 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ ()

A $2ye^{2x+y}$ B $2e^{2x+y}$ C e^{2x+y} D $-e^{2x+y}$

10. 若事件 A 与 B 互斥, 且 $P(A) = 0.5$ $P(A \cup B) = 0.8$, 则 $P(B)$ 等于 ()

A 0.3 B 0.4 C 0.2 D 0.1

二、填空题 (11-20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^{2x} =$ _____

12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} Ke^{2x} & x < 0 \\ H \cos x & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k =$ _____

13. 函数 $-e^{-x}$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $f(x) =$ _____

14. 函数 $y=x-e^x$ 的极值点 $x=$ _____
15. 设函数 $y=\cos 2x$, 求 $y''=$ _____
16. 曲线 $y=3x^2-x+1$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程 $y=$ _____

17. $\int \frac{1}{x-1} dx =$ _____

18. $\int (2e^x-3\sin x)dx =$ _____

19. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \sin x dx =$ _____

20. 设 $z=e^{xy}$, 则全微分 $dz=$ _____

三、计算题 (21-28 小题, 共 70 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$

2. 设函数 $y=x^3e^{2x}$, 求 dy

3. 计算 $\int x \sin(x^2+1) dx$

4. 计算 $\int_0^1 \ln(2x+1) dx$

5. 设随机变量 x 的分布列为

(1) 求 a 的值, 并求 $P(x < 1)$

(2) 求 $D(x)$

x	-2	-1	0	1	2
y	0.1	a	0.2	0.1	0.3

6. 求函数 $y=\frac{e^x}{1+x}$ 的单调区间和极值

7. 设函数 $z=z(x,y)$ 是由方程 $x^2+y^2+2x-2yz=e^z$ 所确定的隐函数, 求 dz

8. 求曲线 $y=e^x, y=e^{-x}$ 与直线 $x=1$ 所围成的平面图形面积

专升本高等数学模拟试题一

答案

一、(1-10 小题, 每题 4 分, 共 40 分)

1. D 2. D 3. C 4. A 5. C 6. A 7. C 8. A 9. B 10. A

二、(11-20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11. e^{-2} 12. 2 13. e^{-x} 14. 0 15. $-4\cos 2x$ 16. $y=-x+1$ 17. $\ln|x-1|+c$ 18. $2e^x+3\cos x+c$

19. $\frac{1}{4}$ 20. $dz=e^{xy}(ydx+xdy)$

三、(21-28 小题, 共 70 分)

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(2x+1)} = \frac{2}{3}$$

$$2. y' = (x^3)' e^{2x} + (e^{2x})' x^3 = 3x^2 e^{2x} + 2e^{2x} x^3 = x^2 e^{2x} (3+2x) \quad dy = x^2 e^{2x} dx$$

$$3. \int x \sin(x^2+1) dx = \frac{1}{2} \int \sin(x^2+1) d(x^2+1) = \frac{1}{2} \cos(x^2+1) + c$$

$$4. \int_0^1 \ln(2x+1) dx = x \ln(2x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{2x}{(2x+1)} dx = \ln 3 - \left\{ x - \frac{1}{2} \ln(2x+1) \right\} \Big|_0^1 = -1 + \frac{3}{2} \ln 3$$

5. (1) $0.1+a+0.2+0.1+0.3=1$ 得出 $a=0.3$

$P(x < 1)$, 就是将 $x < 1$ 各点的概率相加即可, 即: $0.1+0.3+0.2=0.6$

(2) $E(x) = 0.1 \times (-2) + 0.3 \times (-1) + 0.2 \times 0 + 0.1 \times 1 + 0.3 \times 2 = 0.2$

$D(x) = E\{x_i - E(x)\}^2 = (-2-0.2)^2 \times 0.1 + (-1-0.2)^2 \times 0.3 + (0-0.2)^2 \times 0.2 + (1-0.2)^2 \times 0.1 + (2-0.2)^2 \times 0.3 = 1.96$

6. 1) 定义域 $x \neq -1$

$$2) y' = \frac{e^x(1+x) - e^x}{(1+x)^2} = \frac{x e^x}{(1+x)^2}$$

3) 令 $y' = 0$, 得出 $x=0$ (注意 $x=1$ 这一点也应该作为我们考虑单调区间的点)

x	(-∞, -1)	-1	(-1, 0)	0	(0, +∞)

y	-	无意义	-	0	+
y'		无意义		$F(0)=1$ 为 小极小值	
	\downarrow		\downarrow		\uparrow

函数在 $(-\infty, 1) \cup (-1, 0)$ 区间内单调递减

在 $(0, +\infty)$ 内单调递增

该函数在 $x=0$ 处取得极小值，极小值为 1

$$7. \frac{\partial f}{\partial x} = 2x+2, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 2y-2z, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = -2y-e^z$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\partial f}{\partial x} \div \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{2(x+1)}{2y+e^z}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{\partial f}{\partial y} \div \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{2y-2z}{-(2y+e^z)} = \frac{2y-2z}{2y+e^z}$$

$$dz = \frac{2(x+1)}{2y+e^z} dx + \frac{2y-2z}{2y+e^z} dy$$

8. 如下图：曲线 $y=e^x, y=e^{-x}$ ，与直线 $x=1$ 的交点分别为 $A(1, e), B(1, e^{-1})$ 则

$$S = \int_0^1 (e^x - e^{-x}) dx = (e^x + e^{-x}) \Big|_0^1 = e + e^{-1} - 2$$

