

## 数学(文史财经类)试题

题号	一	二	三	总分	
题分	85	16	49	核分人	
得分				复查人	

## 第一部分 选择题(85分)

得分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题, 每小题 5 分, 共 85 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 将所选项前的字母填写

在题后括号内)

1. 甲、乙两人独立地破译一个密码, 设两人能破译的概率分别为 $p_1$ ,  $p_2$ , 则恰有一人能破译的概率为 ( )

- A.  $1 - (1 - p_1)(1 - p_2)$                       B.  $p_1 p_2$   
 C.  $(1 - p_1)p_2$                                   D.  $(1 - p_1)p_2 + (1 - p_2)p_1$

2. 若 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ,  $\sin \theta = \frac{1}{4}$ , 则  $\cos \theta =$  ( )

- A.  $\frac{\sqrt{15}}{4}$     B.  $-\frac{\sqrt{15}}{4}$   
 C.  $-\frac{\sqrt{15}}{16}$     D.  $\frac{\sqrt{15}}{16}$

3. 已知平面向量  $a=(-2,1)$ ,  $b=(\lambda,2)$  垂直,  $\lambda =$  ( )

- A. 4    B. -4  
 C. -1    D. 1

4. 设集合  $M=\{2, 5, 8\}$ ,  $N=\{6, 8\}$ , 则  $M \cup N =$  ( )

- A.  $\{2, 5, 6\}$                                       B.  $\{8\}$   
 C.  $\{6\}$     D.  $\{2, 5, 6, 8\}$

5. 函数  $y = \sqrt{x^2 + 9}$  的值域为 ( )

- A.  $\mathbb{R}$     B.  $[3, +\infty)$   
 C.  $[0, +\infty)$                                       D.  $[9, +\infty)$

6. 设函数  $y = \frac{k}{x}$  的图像经过点  $(2, -2)$ , 则  $k =$  ( )

- A. -4    B. 4  
 C. 1    D. -1

7. 若等比数列  $\{a_n\}$  的公比为 3,  $a_4 = 9$ , 则  $a_1 =$  ( )

- A. 27    B.  $\frac{1}{9}$   
 C.  $\frac{1}{3}$     D. 3



C.  $x^2 + (y-1)^2 = 4$

D.  $x^2 + (y-1)^2 = 16$

17. 设  $f(x)$  为偶函数, 若  $f(-2)=3$ , 则  $f(2)=$  ( )

A. 6

B. -3

C. 0

D. 3

**第二部分 非选择题(65分)**

得分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分。把答案写在相应横线上)

18. 不等式  $|x - 1| < 1$  的解集为 \_\_\_\_\_。

19. 抛物线  $y^2 = 2px$  的准线过双曲线  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$  的左焦点, 则  $p=$ \_\_\_\_\_。

20. 曲线  $y = x^2 + 3x + 4$  在点  $(-1, 2)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_。

21. 从某公司生产的安全带中随机抽取 10 条进行断力测试, 测试结果 (单位: kg) 如下: 3722 3872 4004 4012  
3972 3778 4022 4006 3986 4026

则该样本的样本方差为 \_\_\_\_\_  $kg^2$  (精确到 0.1)。

得分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题, 共 49 分。解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中,  $A=30^\circ$ ,  $AC=BC=1$ 。求 (I)  $AB$ ; (II)  $\triangle ABC$  的面积。

23.(本小题满分 12 分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差  $d \neq 0$ ,  $a_1 = \frac{1}{2}$ , 且  $a_1, a_2, a_5$  成等比数列。

(I) 求  $\{a_n\}$  的通项公式; (II) 若  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = 50$ , 求  $n$ 。

24.(本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = x^3 + ax^2 + b$  在  $x=1$  处取得极值  $-1$ , 求

(I) 求  $a, b$ ;

(II)  $f(x)$  的单调区间, 并指出  $f(x)$  在各个单调区间的单调性。

25.(本小题满分 15 分)

设椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 直线  $l$  过  $F_1$  且斜率为  $\frac{3}{4}$ ,  $A(x_0, y_0)$  ( $y_0 > 0$ ) 为  $l$  和  $E$  的交点,  $AF_2 \perp F_1F_2$ 。

(I) 求  $E$  的离心率; (II) 若  $E$  的焦距为 2, 求其方程。

## 数学(文史财经类)参考答案

## 一、选择题

1. 【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为相互独立事件。

【应试指导】 设事件 A 为甲破译密码, 事件 B 为乙破译密码, 且 A 与 B 相互独立, 则事件  $\overline{A}\overline{B} + \overline{A}B$  为恰有一人能破译密码,

$$P(\overline{A}\overline{B} + \overline{A}B) = P(\overline{A}\overline{B}) + P(\overline{A}B) = P(\overline{A})P(\overline{B}) + P(\overline{A})P(B) = p_1(1 - p_2) + p_2(1 - p_1).$$

2. 【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数式的变换。

【应试指导】 因为  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ , 所以  $\cos\theta < 0$ ,  $\cos\theta = -\sqrt{1 - \sin^2\theta} = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = -\frac{\sqrt{15}}{4}$ .

3. 【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为向量的数量积的性质。

【应试指导】 因为 a 与 b 垂直, 所以  $a \cdot b = -2\lambda + 2 = 0$ ,  $\lambda = 1$ 。

4. 【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合之间的运算。

【应试指导】  $M \cap N = \{2, 5, 8\} \cup \{6, 8\} = \{2, 5, 6, 8\}$ 。

5. 【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的值域。

【应试指导】 因为对任意的 x 都有  $x^2 + 9 \geq 9$ , 即  $y = \sqrt{x^2 + 9} \geq \sqrt{9} = 3$ , 则函数  $y = \sqrt{x^2 + 9}$  的值域为  $[3, +\infty)$ 。

6. 【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数图像的性质。

【应试指导】 因为函数  $y = \frac{k}{x}$  的图像经过点 (2, -2), 所以,  $-2 = \frac{k}{2}$ ,  $k = -4$ 。

7. 【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等比数列。

【应试指导】 由题意知,  $q = 3$ ,  $a_4 = a_1 q^3$ , 即  $3^3 a_1 = 9$ ,  $a_1 = \frac{1}{3}$ 。

8. 【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为增函数。

【应试指导】 由指数函数图像的性质可知, A 项是增函数。

9. 【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑。

【应试指导】 函数  $y = kx + b$  的图像过点 (1, 1)  $\rightarrow k + b = 1$ ;  $k + b = 1$ , 当  $x = 1$  时,  $y = k + b = 1$ , 即

函数  $y=kx+b$  的图像过  $(1,1)$  点，故甲是乙的充分要条件。

10. 【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为直线方程的两点式。

【应试指导】线段 BC 的中点坐标为  $(\frac{-2+2}{2}, \frac{1+3}{2})$ ，即  $(0,2)$ ，则过  $(1,1)$ ， $(0,2)$  点的直线方程为  $\frac{y-1}{2-1} = \frac{x-1}{0-1} \rightarrow x+y-2=0$ 。

11. 【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为二次函数的对称轴方程。

【应试指导】由题意知  $\begin{cases} a-b+c=2 \\ 9a+3b=c=2 \end{cases} \rightarrow b=-2a$ ，则二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的对称轴方程为  $x=-\frac{b}{2a}=1$ 。

12. 【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为对数函数。

【应试指导】 $\log_5 10 - \log_5 2 = \log_5 \frac{10}{2} = 1$ 。

13. 【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为正切函数的变换。

【应试指导】 $\tan(\theta + \pi) = \tan\theta = 2$ 。

14. 【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为不等式的性质。

【应试指导】由对数函数图像的性质可知 A 项正确。

15. 【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为组合数。

【应试指导】由题意知，新生可选 3 门或 4 门选修课程，则不同的选法共有： $C_4^3 + 1 = 4 + 1 = 5$  (种)。

16. 【答案】C

【考情点拨】本题要考查的知识点为圆的方程。

【应试指导】由题意知  $R = \frac{|0-1-3|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}} = 2$ ，则圆的方程为  $x + (y-1)^2 = 4$ 。

17. 【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为偶函数的性质。

【应试指导】因为  $f(x)$  为偶函数，所有  $f(2)=f(-2)=3$ 。

## 二、填空题

18. 【答案】 $\{x|0 < x < 2\}$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为不等式的解集。

【应试指导】 $|x-1| < 1 \rightarrow -1 < x-1 < 1 \rightarrow 0 < x < 2$ ，故不等式  $|x-1| < 1$  的解集为  $\{x|0 < x < 2\}$ 。

19. 【答案】4

【考情点拨】本题主要考查的知识点为圆锥曲线的性质。

【应试指导】由题意知,  $p > 0$ 。抛物线  $y^2 = 2px$  的准线为  $x = -\frac{p}{2}$ , 双曲线  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$  的左焦点为  $(-\sqrt{3+1}, 0)$ , 即  $(-2, 0)$ , 由

题意知,  $-\frac{p}{2} = -2$ ,  $p = 4$ 。

20. 【答案】  $y = x + 3$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为切线方程。

【应试指导】  $y = x^2 + 3x + 4 \rightarrow y' = 2x + 3$ ,  $y'|_{x=-1} = 1$ , 故曲线在点  $(-1, 2)$  处的切线方程为  $y - 2 = x + 1$ , 即  $y = x + 3$ 。

21. 【答案】 10928.8

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为方差。

【应试指导】  $\bar{x} = \frac{3722+3872+4004+4012+3972+3778+4022+4006+3986+4026}{10} = 3940$ ,

$$s^2 = \frac{(3722-3940)^2 + (3872-3940)^2 + \dots + (4026-3940)^2}{10} = 10928.8.$$

### 三、解答题

22. (I) 由已知得  $C = 120^\circ$ ,

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C} = \sqrt{1 + 1 - 2 \cos 120^\circ} = \sqrt{3}$$

(II) 设  $CD$  为  $AB$  边上的高, 那么  $CD = AC \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,

$$\triangle ABC \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

23. (I)  $a_2 = \frac{1}{2} + d$ ,  $a_5 = \frac{1}{2} + 4d$ , 由已知得  $(\frac{1}{2} + d)^2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{2} + 4d)$ , 解得  $d=0$ (舍去), 或  $d=1$ 。所以  $\{a_n\}$  的通项公式

$$a_n = \frac{1}{2} + (n-1) \times 1 = n - \frac{1}{2}.$$

(II)  $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n^2}{2}$ , 解得  $\frac{n^2}{2} = 50$ , 解得  $n=-10$ (舍去), 或  $n=10$ , 所有  $n=10$ 。

24. (I)  $f'(x) = 3x^2 + 2ax$ 。由题设知  $\begin{cases} 3 + 2a = 0 \\ 1 + a + b = -1 \end{cases}$ , 解得  $a = -\frac{3}{2}$ ,  $b = -\frac{1}{2}$ 。

(II) 由(I)知  $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}$ ,  $f'(x) = 3x^2 - 3x$ , 令  $f'(x) = 0$ , 得  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 1$ ,

当  $x$  变化时,  $f'(x)$ ,  $f(x)$  的变化情况如下, 即  $f(x)$  的单调区间为  $(-\infty, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, +\infty)$ , 并且  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$ ,  $(1, +\infty)$  上为增函数, 在  $(0, 1)$  上为减函数。

25. (I) 由题设知  $\triangle AF_1F_2$  为直角三角形, 且  $\tan \angle AF_1F_2 = \frac{3}{4}$ , 设焦距  $|F_1F_2| = 2c$ ,  $|AF_2| = \frac{3}{2}c$ , 则  $|AF_1| = \frac{5}{2}c$ ,  $2a = |AF_1| +$

$|AF_2| = 4c$ , 所以离心率  $e = \frac{c}{a} = \frac{c}{2c} = \frac{1}{2}$ 。

(II) 若  $2c = 2$ , 则  $c = 1$ , 且  $a = 2$ ,  $b^2 = a^2 - c^2$ , 椭圆方程为  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 。