

2014年成人高等学校专升本招生全国统一考试

高等数学（二）

一、选择题：1~10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题的四个选项中，只有一项是符合题目要求。

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} =$

- A. 0                  B. 1                  C. 2                  D.  $\infty$

2. 设函数  $f(x)$  在  $x=1$  处可导，且  $f'(1) = 2$ ，则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1)}{x} =$

- A. -2                  B.  $-\frac{1}{2}$                   C.  $\frac{1}{2}$                   D. 2

3.  $d(\sin 2x) =$

- A.  $2 \cos 2x dx$                   B.  $\cos 2x dx$                   C.  $-2 \cos 2x dx$                   D.  $-\cos 2x dx$

4. 设函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  连续且不恒为零，则下列各式中不恒为常数的是

- A.  $f(b) - f(a)$                   B.  $\int_a^b f(x) dx$                   C.  $\lim_{x \rightarrow a^n} f(x)$                   D.  $\int_a^x f(t) dt$

5. 设  $f(x)$  为连续函数，且  $\int_0^x f(t) dt = x^3 + \ln(x+1)$ ，则  $f(x) =$

- A.  $3x^2 + \frac{1}{x+1}$                   B.  $x^3 + \frac{1}{x+1}$                   C.  $3x^2$                   D.  $\frac{1}{x+1}$

6. 设函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  连续，且  $I(u) = \int_a^u f(x) dx - \int_a^u f(t) dt$ ， $a < u < b$ ，则  $I(u)$

- A. 恒大于零                  B. 恒小于零                  C. 恒等于零                  D. 可正，可负

7. 设二元函数  $z = x^y$ ，则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$

- A.  $x^y$                   B.  $x^y \ln y$                   C.  $x^y \ln x$                   D.  $yx^{y-1}$

8. 设函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  连续，则曲线  $y = f(x)$  与直线  $x = a, x = b$  及  $x$  轴所围成的平面图形的面积为

- A.  $\int_a^b f(x) dx$                   B.  $-\int_a^b f(x) dx$                   C.  $\int_a^b |f(x)| dx$                   D.  $|\int_a^b f(x) dx|$

9. 设二次函数  $z = x \cos y$ ，则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$

- A.  $x \sin y$                   B.  $-x \sin y$                   C.  $\sin y$                   D.  $-\sin y$

10. 设事件  $A, B$  相互独立， $A, B$  发生的概率分别为 0.6, 0.9，则  $A, B$  都不发生的概率为

- A. 0.54                  B. 0.04                  C. 0.1                  D. 0.4

二、填空题：11~20 小题，每小题 4 分，共 40 分。

11. 函数  $f(x) = \frac{2}{x-1}$  的间断点为  $x =$  \_\_\_\_\_ .

12. 设函数  $f(x) = \begin{cases} e^{3x} - 1, & x \geq 0, \\ a, & x < 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续，则  $a =$  \_\_\_\_\_ .

13. 设  $y = \sin(2x + 1)$ , 则  $y'' =$  \_\_\_\_\_ .
14. 设函数  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  的单调增区间为 \_\_\_\_\_ .
15. 曲线  $y = e^x + x^2$  在点  $(0, 1)$  处的切线斜率为 \_\_\_\_\_ .
16. 设  $f'(x)$  为连续函数, 则  $\int f'(x)dx =$  \_\_\_\_\_ .
17.  $\int_{-1}^1 (x^3 \cos x + 1)dx =$  \_\_\_\_\_ .
18.  $\int_0^1 (2x - 1)^5 dx =$  \_\_\_\_\_ .
19. 设二元函数  $z = e^{\frac{1}{x+y}}$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$  \_\_\_\_\_ .
20. 设二元函数  $z = x^3 y^2$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$  \_\_\_\_\_ .

**三、解答题: 21~28 题, 共 70 分。**

21. (本题满分 8 分)

计算  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2e^x + 1}{x^2}$  .

22. (本题满分 8 分)

已知  $x = -1$  是函数  $f(x) = ax^3 + bx^2$  的驻点, 且曲线  $y = f(x)$  过点  $(1, 5)$ , 求  $a, b$  的值.

23. (本题满分 8 分)

计算  $\int \frac{x^3}{x-1} dx$ .

24. (本题满分 8 分)

计算  $\int_1^e \ln x dx$  .

25. (本题满分 8 分)

设  $y = y(x)$  是由方程  $e^y + xy = 1$  所确定的隐函数, 求  $\frac{dy}{dx}$  .

26. (本题满分 10 分)

设曲线  $y = \sin x (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$ ,  $x$  轴及直线  $x = \frac{\pi}{2}$  所围成的平面图形为  $D$ . 在区间  $(0, \frac{\pi}{2})$  内求一点  $x_0$ , 使直线  $x = x_0$  将

$D$  分为面积相等的两部分.

27. (本题满分 10 分)

设 50 件产品中, 45 件是正品, 5 件是次品, 从中任取 3 件, 求其中至少有 1 件是次品的概率. (精确到 0.01)

28. (本题满分 10 分)

设曲线  $y = 4 - x^2 (x \geq 0)$  与  $x$  轴,  $y$  轴及直线  $x = 4$  所围成的平面图形为  $D$ . (如图中阴影部分所示).

(1) 求  $D$  的面积  $S$ .

(2) 求图中  $x$  轴上方的阴影部分绕  $y$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V$ .



**参考答案:**

一、选择题: 每小 4 分, 共 40 分.

1. B      2. A      3. A      4. D      5. A  
6. C      7. C      8. C      9. D      10. B

二、填写题: 每小题 4 分, 共 40 分.

11. 1                                      12. 0  
13.  $-4 \sin(2x + 1)$                   14.  $(-\infty, -1), (1, +\infty)$   
15. 1                                      16.  $f(x) + C$   
17. 2                                      18. 0  
19.  $-\frac{1}{(x+y)^2} e^{\frac{1}{x+y}}$                   20.  $6x^2y$

**三、解答题: 共 70 分**

21. 解:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2e^x + 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x}$   
 $= \lim_{x \rightarrow 0} (2e^{2x} - e^x)$   
 $= 1$

22. 解:  $f''(x) = 3ax^2 + 2bx$   
 由  $f''(-1) = 0$ , 得  $3a - 2b = 0$ .                  ①  
 曲线  $y = f(x)$  过点  $(1, 5)$ , 故  $a + b = 5$       ②  
 由①, ②得  $a = 2, b = 3$ .

23. 解:  $\int \frac{x^3}{x-1} dx = \int \frac{x^3 - 1 + 1}{x-1} dx$   
 $= \int (x^2 + x + 1 + \frac{1}{x-1}) dx$   
 $= \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + \ln|x-1| + C.$

24. 解:  $\int_1^e \ln x dx = x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e dx$   
 $= e - x \Big|_1^e$

$$= 1$$

25. 解: 方程 $e^y + xy = 1$ 两边对 $x$ 求导, 得

$$e^y \frac{dy}{dx} + y + x \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\text{于是} \frac{dy}{dx} = -\frac{y}{e^y + x}$$

26. 解: 依题意有 $\int_0^{x_0} \sin x dx = \int_{x_0}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ , 即

$$-\cos x|_0^{x_0} = -\cos x|_{x_0}^{\frac{\pi}{2}},$$

$$1 - \cos x_0 = \cos x_0$$

$$\cos x_0 = \frac{1}{2}$$

$$\text{得 } x_0 = \frac{\pi}{3}$$

27. 解: 设 $A = \{3 \text{ 件产品中至少有 } 1 \text{ 件次品}\}$ ,

则 $\bar{A} = \{3 \text{ 件产品都为正品}\}$

所以 $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

$$= 1 - \frac{C_{45}^3}{C_{50}^3}$$

$$\approx 0.28$$

28. 解: (1) 面积 $S = \int_0^2 (4 - x^2) dx - \int_2^4 (4 - x^2) dx$

$$= \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^2 - \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_2^4$$

$$= 16$$

(2) 体积  $V = \pi \int_0^4 x^2 dy$

$$= \pi \int_0^4 (4 - y) dy$$

$$= \pi \left(4y - \frac{1}{2}y^2\right) \Big|_0^4$$

$$= 8\pi$$