

# 2015年成人高等学校专升本招生全国统一考试

## 高等数学（二）

一、选择题：1~10小题，每小题4分，共40分。在每小题的四个选项中，只有一项是符合题目要求。

1.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2+1} = ( \quad )$

- A. 0                      B.  $\frac{1}{2}$                       C. 1                      D. 2

2. 当  $x \rightarrow 0$  时,  $\sin 3x$  是  $2x$  的 (      )

- A. 低级无穷小量                      B. 等价无穷小量  
C. 同阶但不等价无穷小量                      D. 高阶无穷小量

3. 函数  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处 (      )

- A. 有定义且有极限                      B. 有定义但无极限  
C. 无定义但有极限                      D. 无定义且无极限

4. 设函数  $f(x) = xe^{\frac{x}{2}}$ , 则  $f'(x) = ( \quad )$

- A.  $(1+x)e^{\frac{x}{2}}$                       B.  $(\frac{1}{2}+x)e^{\frac{x}{2}}$                       C.  $(1+\frac{x}{2})e^{\frac{x}{2}}$                       D.  $(1+2x)e^{\frac{x}{2}}$

5. 下列区间为函数  $f(x) = x^4 - 4x$  的单调增区间的是 (      )

- A.  $(-\infty, +\infty)$                       B.  $(-\infty, 0)$                       C.  $(-1, 1)$                       D.  $(1, +\infty)$

6. 已知函数  $f(x)$  在区间  $[-3, 3]$  上连续, 则  $\int_{-1}^1 f(3x)dx = ( \quad )$

- A. 0                      B.  $\frac{1}{3} \int_{-3}^3 f(t)dt$                       C.  $\frac{1}{3} \int_{-1}^1 f(t)dt$                       D.  $3 \int_{-3}^3 f(t)dt$

7.  $\int (x^{-2} + \sin x)dx = ( \quad )$

- A.  $-2x^{-1} + \cos x + C$                       B.  $-2x^{-3} + \cos x + C$   
C.  $-\frac{x^{-3}}{3} - \cos x + C$                       D.  $-x^{-1} - \cos x + C$

8. 设函数  $f(x) = \int_0^x (t-1)dt$ , 则  $f''(x) = ( \quad )$

- A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2

9. 设二元函数  $z = x^y$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} = ( \quad )$

- A.  $yx^{y-1}$                       B.  $yx^{y+1}$                       C.  $x^y \ln x$                       D.  $x^y$

10. 设二次函数  $z = \cos(xy)$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = ( \quad )$

- A.  $y^2 \sin(xy)$                       B.  $y^2 \cos(xy)$                       C.  $-y^2 \sin(xy)$                       D.  $-y^2 \cos(xy)$

二、填空题：11~20 小题，每小题 4 分，共 40 分。

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} =$  \_\_\_\_\_ .

12.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{3}} =$  \_\_\_\_\_ .

13. 设函数  $y = \ln(4x - x^2)$ ，则  $y'(1) =$  \_\_\_\_\_ .

14. 设函数  $y = x + \sin x$ ，则  $dy =$  \_\_\_\_\_ .

15. 设函数  $y = x^{\frac{3}{2}} + e^{-x}$ ，则  $y'' =$  \_\_\_\_\_ .

16. 设  $\int f(x)dx = \cos(\ln x) + C$ ，则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_ .

17.  $\int_{-1}^1 x|x| dx =$  \_\_\_\_\_ .

18.  $\int d(x \ln x) =$  \_\_\_\_\_ .

19. 由曲线  $y = x^2$ ，直线  $x = 1$  及  $x$  轴所围成的平面有界图形的面积  $S =$  \_\_\_\_\_ .

20. 设二元函数  $z = e^{\frac{y}{x}}$ ，则  $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(1,1)} =$  \_\_\_\_\_ .

三、解答题：21~28 题，共 70 分。

21. (本题满分 8 分)

计算  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\ln x}$  .

22. (本题满分 8 分)

设函数  $y = \cos(x^2 + 1)$ ，求  $y'$  .

23. (本题满分 8 分)

计算  $\int \frac{x}{4-x^2} dx$  .

24. (本题满分 8 分)

计算  $\int_0^4 f(x)dx$ ，其中  $f(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \\ \frac{1}{1+x}, & x \geq 1 \end{cases}$  .

25. (本题满分 8 分)

已知  $f(x)$  是连续函数，且  $\int_0^x f(t)e^{-t} dt = x$ ，求  $\int_0^1 f(x)dx$  .

26. (本题满分 10 分)

已知函数  $f(x) = \ln x - x$  .

(1) 求  $f(x)$  的单调区间和极值；

(2) 判断曲线  $y = f(x)$  的凹凸性.

27. (本题满分 10 分)

求二元函数  $f(x, y) = \frac{x^2}{2} - xy + y^2 + 3x$  的极值.



25. 等式两边对  $x$  求导, 得

$$f(x)e^{-x} = 1, \quad (4 \text{ 分})$$

$$f(x) = e^x.$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x) dx &= \int_0^1 e^x dx \\ &= e^x \Big|_0^1 \\ &= e - 1. \end{aligned} \quad (8 \text{ 分})$$

26. (1)  $f(x)$  的定义域为  $(0, +\infty)$ ,  $f'(x) = \frac{1}{x} - 1$ .

令  $f'(x) = 0$  得驻点  $x = 1$ .

当  $0 < x < 1$  时,  $f'(x) > 0$ ; 当  $x > 1$  时,  $f'(x) < 0$ .

$f(x)$  的单调增区间是  $(0, 1)$ , 单调减区间是  $(1, +\infty)$ .

$f(x)$  在  $x = 1$  处取得极大值  $f(1) = -1$ . (7 分)

(2) 因为  $f''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$ , 所以曲线  $y = f(x)$  是凸的.

27.  $f'_x = x - y + 3$ ,  $f'_y = -x + 2y$ .

$$\text{由} \begin{cases} x - y + 3 = 0, \\ -x + 2y = 0 \end{cases} \text{解得} x = -6, y = -3. \quad (5 \text{ 分})$$

$$f''_{xx}(x, y) = 1, f''_{xy}(x, y) = -1, f''_{xx}(x, y)(-6, -3) = 2.$$

$$A = f''_{xx}(-6, -3) = 1, B = f''_{xy}(-6, -3) = -1, C = f''_{yy}(-6, -3) = 2.$$

$$B^2 - AC = -1 < 0, A > 0,$$

故  $f(x, y)$  在点  $(-6, -3)$  处取极小值, 极小值为  $f(-6, -3) = -9$  (10 分)

28. (1)  $X$  可能的取值为 0, 1, 2. (2 分)

$$P\{X = 0\} = \frac{C_2^0 \cdot C_3^3}{C_5^3} = 0.1,$$

$$P\{X = 1\} = \frac{C_2^1 \cdot C_3^2}{C_5^3} = 0.6,$$

$$P\{X = 2\} = \frac{C_2^2 \cdot C_3^1}{C_5^3} = 0.3,$$

因此  $X$  的概率分布为 (7 分)

$X$	0	1	2
$P$	0.1	0.6	0.3

(2)  $E(X) = 0 \times 0.1 + 1 \times 0.6 + 2 \times 0.3 = 1.2$  (10 分)