

2017 年成人高等学校招生全国统一考试专升本试题

高等数学（二）

一、选择题（1~10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时，下列各无穷小量中与 x^2 等价的是（ ）。

- A. $x \sin^2 x$ B. $x \cos^2 x$ C. $x \sin x$ D. $x \cos x$

2. 下列函数中，在 $x = 0$ 处不可导的是（ ）。

- A. $y = \sqrt[3]{x^5}$ B. $y = \sqrt[5]{x^3}$ C. $y = \sin x$ D. $y = x^2$

3. 函数 $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 2)$ 的单调递减区间是（ ）。

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, +\infty)$

4. 曲线 $y = x^3 - 3x^2 - 1$ 的凸区间是（ ）。

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(2, +\infty)$

5. 曲线 $y = e^{2x} - 4x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程是（ ）。

- A. $2x - y - 1 = 0$ B. $2x + y - 1 = 0$ C. $2x - y + 1 = 0$ D. $2x + y + 1 = 0$

6. $\int \frac{1}{\sqrt{x^3}} dx =$ （ ）。

- A. $\frac{2}{\sqrt{x}} + C$ B. $-\frac{2}{\sqrt{x}} + C$ C. $\frac{2}{5}\sqrt{x^5} + C$ D. $-\frac{2}{5}\sqrt{x^5} + C$

7. $\int_0^1 2^x dx =$ （ ）。

- A. $\ln 2$ B. $2 \ln 2$ C. $\frac{1}{\ln 2}$ D. $\frac{2}{\ln 2}$

8. 设二元函数 $z = e^{x^2+y}$ ，则下列各式中正确的是（ ）。

- A. $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xe^{x^2}$ B. $\frac{\partial z}{\partial y} = e^y$ C. $\frac{\partial z}{\partial x} = e^{x^2+y}$ D. $\frac{\partial z}{\partial y} = e^{x^2+y}$

9. 二元函数 $z = x^2 + y^2 - 3x - 2y$ 的驻点坐标是（ ）。

- A. $(-\frac{3}{2}, -1)$ B. $(-\frac{3}{2}, 1)$ C. $(\frac{3}{2}, -1)$ D. $(\frac{3}{2}, 1)$

10. 甲、乙两人各自独立射击 1 次，甲射中目标的概率为 0.8，乙射中目标的概率为 0.9，则至少有一人射中目标的概率为（ ）。

- A. 0.98 B. 0.9 C. 0.8 D. 0.72

二、填空题（11~20 小题，每小题 4 分，共 40 分）

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 + x^2 - 2}{4x^2 + 5x - 8} =$ _____.

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(3x+1)} =$ _____.

13. 曲线 $y = \frac{x+1}{(x-1)^2}$ 的铅直渐近线方程是 _____.

14. 设函数 $f(x) = \sin(1-x)$ ，则 $f''(1) =$ _____.

15. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 3x dx =$ _____.

16. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx =$ _____.

17. 若 $\tan x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int f(x) dx =$ _____.

18. 由曲线 $y = x^3$, 直线 $x=1$, x 轴围成的平面有界区域的面积为 _____.

19. 设二元函数 $z = x^4 \sin y$, 则 $dz|_{(1, \frac{\pi}{4})} =$ _____.

20. 设 $y = y(x)$ 是由方程 $e^y = x + y$ 所确定的隐函数, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

三、解答题 (21~28 题, 共 70 分。解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分 8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$.

22. (本题满分 8 分)

已知函数 $f(x) = \cos(2x + 1)$, 求 $f'''(0)$.

23. (本题满分 8 分)

计算 $\int \frac{1}{3(1+\sqrt[3]{x})} dx$.

24. (本题满分 8 分)

计算 $\int_0^1 x \arctan x dx$.

25. (本题满分 8 分)

设离散型随机变量 X 的概率分布为

X	0	1	2
P	0.3	0.4	0.3

求 X 的数学期望 EX 及方差 DX .

26. (本题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = x^4 - 4x + 1$.

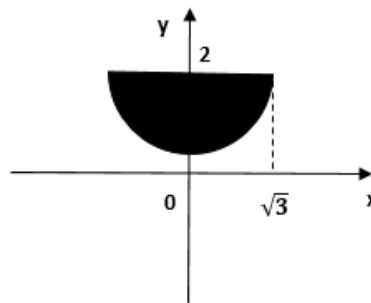
- (1) 求 $f(x)$ 的单调区间和极值;
- (2) 求曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间.

27. (本题满分 10 分)

记曲线 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$ 与直线 $y = 2$ 所围成的平面图形

为 D (如图中阴影部门所示).

- (1) 求 D 的面积 S ;
- (2) 求 D 绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积 V .



28. (本题满分 10 分)

设 $z = \frac{u}{v}$, 其中 $u = x^2 y$, $v = x + y^2$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ 及 dz .

参考答案

一、选择题 (每小题 4 分, 共 40 分)

1.C 2.B 3.A 4.A 5.B 6.B 7.C 8.D 9.D 10.A

二、填空题 (每小题 4 分, 共 40 分)

11.2 12. $\frac{1}{3}$ 13. $x = 1$ 14.0 15. $-\frac{1}{3}$ 16.1 17. $\tan x + C$ 18. $\frac{1}{4}$

19. $2\sqrt{2}dx + \frac{\sqrt{2}}{2}dy$ 20. $\frac{1}{e^y-1}$

三、解答题 (共 70 分)

$$\begin{aligned} 21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \cos x}{\sin x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \cos x - x \sin x}{\cos x} \\ &= 2 \end{aligned}$$

22. 因为 $f(x) = \cos(2x + 1)$, 所以

$$\begin{aligned} f'(x) &= -2\sin(2x + 1), \\ f''(x) &= -4\cos(2x + 1), \\ f'''(x) &= 8\sin(2x + 1), \\ f'''(0) &= 8\sin 1. \end{aligned}$$

23. 令 $\sqrt[3]{x} = t$, $x = t^3$, $dx = 3t^2 dt$.

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{3(1 + \sqrt[3]{x})} dx &= \int \frac{3t^2}{3(1+t)} dt \\ &= \int \frac{t^2}{1+t} dt \\ &= \int \frac{t^2 - 1 + 1}{1+t} dt \\ &= \int (t - 1) dt + \int \frac{1}{1+t} dt \\ &= \frac{1}{2}t^2 - t + \ln(1+t) + C. \end{aligned}$$

所以 $\int \frac{1}{3(1 + \sqrt[3]{x})} dx = \frac{1}{2}(\sqrt[3]{x})^2 - \sqrt[3]{x} + \ln(1 + \sqrt[3]{x}) + C$

$$\begin{aligned} 24. \int_0^1 x \arctan x dx &= \int_0^1 \arctan x d\left(\frac{x^2}{2}\right) \\ &= \frac{x^2}{2} \arctan x \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 x^2 d(\arctan x) \\ &= \frac{\pi}{8} - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^2}{x^2+1} dx \\ &= \frac{\pi}{8} - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{(x^2+1)-1}{x^2+1} dx \\ &= \frac{\pi}{8} - \frac{1}{2} \int_0^1 dx + \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx \end{aligned}$$

$$= \frac{\pi}{8} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{arctan} x \Big|_0^1$$

$$= \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}.$$

$$25. E(X) = 0 \times 0.3 + 1 \times 0.4 + 2 \times 0.3 = 1$$

$$E(X^2) = 0 \times 0.3 + 1 \times 0.4 + 2^2 \times 0.3 = 1.6$$

$$D(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 1.6 - 1 = 0.6$$

26. 因为 $f(x) = x^4 - 4x + 1$, 所以

$$f'(x) = 4x^3 - 4,$$

$$f''(x) = 12x,$$

令 $f'(x) = 0$, $x = 1$, 令 $f''(x) = 0$, 得 $x=0$.

列表如下,

x	$(-\infty, 0)$	0	$(0, 1)$	1	$(1, +\infty)$
y'	—	-4	—	0	+
y''	—	0	+	12	+

由表可知曲线 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-\infty, 1)$, 单调递增区间为 $(1, +\infty)$. 凹区间为 $(0, +\infty)$, 凸区间为 $(-\infty, 0)$, 极小值为 $f(1) = 1 - 4 + 1 = -2$.

$$27. (1) S = 2 \int_0^{\sqrt{3}} \left[2 - \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2} \right) \right] dx$$

$$= 2 \int_0^{\sqrt{3}} \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2} \right) dx$$

$$= 2\sqrt{3}$$

$$(2) V = \pi \int_{\frac{1}{2}}^2 f^2(y) dy$$

$$= \pi \int_{\frac{1}{2}}^2 (2y - 1) dy$$

$$= \frac{9}{4}\pi.$$

$$28. \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$= \frac{1}{x+y^2} \cdot 2xy - \frac{x^2y}{(x+y^2)^2}$$

$$= \frac{x^2y + 2xy^3}{(x+y^2)^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$= \frac{1}{x+y^2} \cdot x^2 - \frac{x^2y}{(x+y^2)^2} \cdot 2y$$

$$= \frac{x^3 - x^2y^2}{(x+y^2)^2}$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

$$= \frac{x^2y + 2xy^3}{(x+y^2)^2} dx + \frac{x^3 - x^2y^2}{(x+y^2)^2} dy.$$