

2013年成考专升本高等数学一考试真题及答案

一、选择题：每小题4分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求。

1 [单选题]  $\lim_{x \rightarrow 0} e^{x-1} =$

- A. e
- B. 1
- C. e-1
- D. -e

参考答案：C

2 [单选题] 设 $y=3+x^2$ ，则 $Y' =()$

- A. 2x
- B. 3+2x
- C. 3
- D. x<sup>2</sup>

参考答案：A

3 [单选题] 设 $y=2x^3$ ，则 $dy=()$

- A. 2x<sup>2</sup>dx
- B. 6x<sup>2</sup>dx
- C. 3x<sup>2</sup>dx
- D. x<sup>2</sup>dx

参考答案：B

4 [单选题] 设 $y = -2ex$ , 则 $y' = ()$

- A.  $ex$
- B.  $2ex$
- C.  $-ex$
- D.  $-2ex$

参考答案: D

5 [单选题] 设 $y = 3 + \sin x$ , 则 $y' = ()$

- A.  $-\cos x$
- B.  $\cos x$
- C.  $1 - \cos x$
- D.  $1 + \cos x$

参考答案: B

6 [单选题]  $\frac{d}{dx} \int_0^x t^2 dt =$

- A.  $x^2$
- B.  $2x^2$
- C.  $x$
- D.  $2x$

参考答案: A

7 [单选题]  $\int \frac{3}{x} dx =$

- A.  $-\frac{3}{x^2} + C$
- B.  $-3\ln|x| + C$
- C.  $\frac{3}{x^2} + C$
- D.  $3\ln|x| + C$

参考答案: D

8

[单选题]  $\int_0^{\pi} \frac{1}{2} \cos x dx =$

- A. -1/2
- B. 0
- C. 1/2
- D. 1

参考答案: B

9

[单选题] 设  $z = 3x^2 + 5y$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$

- A. 5y
- B. 3x
- C. 6x
- D. 6x+5

参考答案: C

10 [单选题] 微分方程  $(y')^2 = x$  的阶数为( )

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

参考答案: A

二、填空题: 本大题共 10 小题。每小题 4 分, 共 40 分, 将答案填在题中横线上。

11 [填空题]

$\lim_{x \rightarrow 0} 2(1+x)^{\frac{1}{x}} =$  \_\_\_\_\_.

参考答案: 2e

12 [填空题]

设 $y=(x+3)^2$ , 则 $y' =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $2(x+3)$

13 [填空题]

设 $y=2e^x-1$ , 则 $y'' =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $2e^x-1$

14 [填空题]

设 $y=5+\ln x$ , 则 $dy=$ \_\_\_\_\_.

参考答案:

【答案】  $\frac{1}{x}dx$

15 [填空题]

$\int \cos(x+2)dx =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\sin(x+2)+C$

16 [填空题]

$\int_0^1 2e^x dx =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $2(e-1)$

17 [填空题]

过坐标原点且与平面 $2x-y+z+1=0$ 平行的平面方程为\_\_\_\_\_.

参考答案:  $2x-y+z=0$

18 [填空题]

设 $z=xy$ , 则 $dz=$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $ydx+xdy$

### 19 [填空题]

幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$  的收敛半径  $R =$  \_\_\_\_\_.

参考答案: 1

### 20 [填空题]

设区域  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$ , 则  $\iint_D \frac{1}{4} dx dy =$  \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\pi$

三、解答题: 本大题共 8 个小题, 共 70 分。解答应写出推理, 演算步骤。

### 21 [简答题]

设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3, & x \neq 1, \\ a, & x = 1 \end{cases}$  在  $x = 1$  处连续, 求  $a$ .

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x + 3) = 2.$$

由于  $f(x)$  在  $x = 1$  处连续,

$$\text{因此 } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = a,$$

可得  $a = 2$ .

### 22 [简答题]

求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x}$ .

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{1} \\ &= 0. \end{aligned}$$

### 23 [简答题]

求  $\int_0^1 \frac{2}{x+1} dx$ .

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{2}{x+1} dx &= 2 \int_0^1 \frac{1}{x+1} d(x+1) \\ &= 2 \ln(x+1) \Big|_0^1 \\ &= 2 \ln 2. \end{aligned}$$

## 24 [简答题]

求函数 $f(x) = x^3 - 3x + 5$ 的极大值与极小值.

参考答案:

$$f'(x) = 3x^2 - 3.$$

令 $f'(x) = 0$ ,解得 $x_1 = -1, x_2 = 1$ .

又 $f''(x) = 6x$ ,可知 $f''(-1) = -6 < 0$ ,

参考解析: $f''(1) = 6 > 0$ .

故 $x = -1$ 为 $f(x)$ 的极大值点,极大值 $f(-1) = 7$ ;  $x = 1$ 为 $f(x)$ 的极小值点,极小值 $f(1) = 3$ .

## 25 [简答题]

设 $z = xy^2 + e^y \cos x$ ,求 $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

∵ 因为 $z = xy^2 + e^y \cos x$ ,

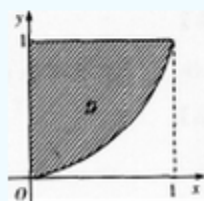
$$\text{故 } \frac{\partial z}{\partial y} = 2xy + e^y \cos x.$$

## 26 [简答题]

求由曲线 $y = x^2 (x \geq 0)$ , 直线 $y = 1$ 及 $y$ 轴围成的平面图形的面积.

参考解析: $y = x^2 (x \geq 0)$ ,  $y = 1$ 及 $y$ 轴围成的平面图形 $D$ 如图所示. 其面积为

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 (1 - x^2) dx \\ &= \left( x - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_0^1 \\ &= \frac{2}{3}. \end{aligned}$$



## 27 [简答题]

计算 $\iint_D xy^2 dx dy$ , 其中积分区域 $D$ 由直线 $y = x, x = 1$ 及 $x$ 轴围成.

参考答案：

参考解析：
$$\iint_D xy^2 dx dy = \int_0^1 dx \int_0^x xy^2 dy$$
$$= \frac{1}{3} \int_0^1 x^4 dx$$
$$= \frac{1}{15} x^5 \Big|_0^1$$
$$= \frac{1}{15}.$$

## 28 [简答题]

求微分方程  $y'' - 2y' + y = e^{-x}$  的通解.

参考答案：

参考解析：对应齐次微分方程的特征方程为  $r^2 - 2r + 1 = 0$ . 特征根为  $r = 1$  (二重根).

齐次方程的通解为  $Y = (C_1 + C_2 x)e^x$  (其中  $C_1, C_2$  为任意常数).

设原方程的特解为  $y^* = Ae^{-x}$ ,

代入原方程可得  $A = \frac{1}{4}$ .

因此  $y^* = \frac{1}{4}e^{-x}$ .

故原方程的通解为  $y = Y + y^* = (C_1 + C_2 x)e^x + \frac{1}{4}e^{-x}$  ( $C_1, C_2$  为任意常数).