

2015 年成人高考专升本高数一考试真题及答案

一、选择题：每小题 4 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求。

1. 设 $b \neq 0$ ，当 $x \rightarrow 0$ 时， $\sin bx$ 是 x^2 的()

- A. 高阶无穷小量
- B. 等价无穷小量
- C. 同阶但不等价无穷小量
- D. 低阶无穷小量

参考答案：D

2. 设函数 $f(x)$ 可导，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(1+x) - f(1)} = 2$ ，则 $f'(1) =$

- A. 2
- B. 1
- C. 1/2
- D. 0

参考答案：C

3. 函数 $f(x) = x^3 - 12x + 1$ 的单调减区间为()

- A. $(-\infty, +\infty)$
- B. $(-\infty, -2)$
- C. $(-2, 2)$
- D. $(2, +\infty)$

参考答案：C

4. 设 $f'(x_0) = 0$ ，则 $x = x_0$

- A. 为 $f(x)$ 的驻点
- B. 不为 $f(x)$ 的驻点
- C. 为 $f(x)$ 的极大值点

D.为 $f(x)$ 的极小值点

参考答案: A

5.下列函数中为 $f(x) = e^{2x}$ 的原函数的是

A. ex B. $1/2e^{2x}$ C. e^{2x} D. $2e^{2x}$

参考答案: B

6. $\int x \cos x^2 dx =$

A. $-2\sin x^2 + C$ B. $-1/2\sin x^2 + C$ C. $2\sin x^2 + C$ D. $1/2\sin x^2 + C$

参考答案: D

7. $\frac{d}{dx} \int_x^0 t e^{t^2} dt =$

A. xex^2 B. $-xex^2$ C. xe^{-x^2} D. $-xe^{-x^2}$

参考答案: B

8. 设 $z = xy$, 则 $\alpha z / \alpha x =$

A. yxy^{-1} B. $xy \ln x$ C. xy^{-1} D. $xy^{-1} \ln x$

参考答案: A

9. 设 $z = x^2 + y^3$, 则 $dz|_{(1,1)} =$

A. $3dx + 2dy$ B. $2dx + 3dy$ C. $2dx + dy$ D. $dx + 3dy$

参考答案: B

10. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{k}{n^{\frac{1}{2}}}$ (k 为非零常数)

A. 绝对收敛 B. 条件收敛 C. 发散 D. 收敛性与 k 的取值有关

参考答案: A

二、填空题: 本大题共 10 小题。每小题 4 分, 共 40 分, 将答案填在题中横线上。

11. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

参考答案: 1

12. 函数 $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$ 的间断点为 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

参考答案: 2

13. 设 $y=x^2+e^2$, 则 $dy = \underline{\hspace{2cm}}$

参考答案: $(2x+e^2)dx$

14. 设 $y=(2+x)^{100}$, 则 $Y' = \underline{\hspace{2cm}}$.

参考答案: $100(2+x)^{99}$

15. $\int \frac{dx}{3-x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

参考答案: $-\ln|3-x| + C$

16. $\int_{-1}^1 \frac{x}{1+x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

参考答案: 0

17. $\int_0^1 e^{3x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

参考答案: $\frac{1}{3}(e^3 - 1)$

18. 设 $z = y^2 \sin x$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

参考答案: $y=2\cos x$

19. 微分方程 $y' = 2x$ 的通解为 $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

参考答案: x^2+C

20. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ 的收敛半径 $R = \underline{\hspace{2cm}}$.

参考答案: 1

三、解答题: 本大题共 8 个小题, 共 70 分。解答应写出推理, 演算步骤。

21. 设曲线方程为 $y = e^x + x$, 求 $y' \Big|_{x=0}$ 以及该曲线在点 $(0, 1)$ 处的法线方程.

$y' = e^x + 1,$
参考解析: $y' \Big|_{x=0} = 2.$
曲线在点 $(0, 1)$ 处的法线方程为
 $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 0),$
即 $x + 2y - 2 = 0.$

22. 设曲线方程为 $y = e^x + x$, 求 $y' \Big|_{x=0}$ 以及该曲线在点 $(0, 1)$ 处的法线方程.

$y' = e^x + 1,$
参考解析: $y' \Big|_{x=0} = 2.$
曲线在点 $(0, 1)$ 处的法线方程为
 $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 0),$
即 $x + 2y - 2 = 0.$

23. 计算 $\int \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx.$

参考解析：设 $x=t$ ，则 $x=t^2$ ， $dx=2tdt$ 。

$$\begin{aligned}\int \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx &= \int \frac{e^{-t}}{t} \cdot 2tdt \\ &= 2 \int e^{-t} dt \\ &= -2e^{-t} + C \\ &= -2e^{-\sqrt{x}} + C.\end{aligned}$$

24.

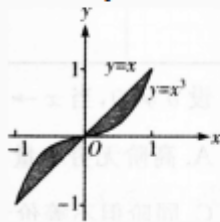
计算 $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$.

参考答案：

$$\begin{aligned}\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx &= \int_1^e \frac{1}{x} dx + \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx \\ &= \ln x \Big|_1^e + \frac{1}{2} (\ln x)^2 \Big|_1^e \\ &= \frac{3}{2}.\end{aligned}$$

参考解析：

求曲线 $y=x^3$ 与直线 $y=x$ 所围图形(如图中阴影部分所示)的面积 S 。



25.

参考答案：

参考解析：由对称性知

$$\begin{aligned}S &= 2 \int_0^1 (x - x^3) dx \\ &= 2 \left(\frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{4} x^4 \right) \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

26. 设二元函数 $z=x^2+xy+y^2+x-y-5$ ，求 z 的极值.

参考答案：

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x + y + 1, \frac{\partial z}{\partial y} = x + 2y - 1.$$

参考解析：由 $\begin{cases} 2x + y + 1 = 0, \\ x + 2y - 1 = 0 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = -1, \\ y = 1. \end{cases}$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 1, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2.$$

$$A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big|_{(-1,1)} = 2, B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big|_{(-1,1)} = 1,$$

$$C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big|_{(-1,1)} = 2.$$

$$B^2 - AC = -3 < 0, A > 0,$$

因此点 $(-1, 1)$ 为 z 的极小值点，极小值为 -6 。

求微分方程 $y' + \frac{1}{x}y = x$ 的通解.

27.

参考答案：

$$y = e^{-\int \frac{1}{x} dx} \left(\int x e^{\int \frac{1}{x} dx} dx + C \right)$$

参考解析： $= \frac{1}{x} \left(\int x^2 dx + C \right)$

$$= \frac{1}{x} \left(\frac{1}{3} x^3 + C \right).$$

计算 $\int_D x^2 y dx dy$, 其中 D 是由直线 $y = x, x = 1$ 及 x 轴围成的有界区域.

28.

参考答案：

$$\iint_D x^2 y dx dy = \int_0^1 dx \int_0^x x^2 y dy$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 x^4 dx$$

$$= \frac{1}{10} x^5 \Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{10}.$$